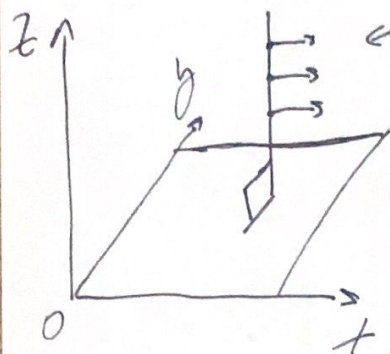


φ - скаляр
 $\vec{V}$ - векторное поле



← поле-се с одинаковыми стрелами $\parallel Oxy$

Плоское поле - все точки, расположенные в одной плоскости перпендикулярно к ней Oxy , имеют одинаковые стрелы $\parallel$ к ней Oxy

Oxy -поле. н-м; $V_x(x, y)$, $V_y(x, y)$; $z = \text{const}$, $\text{div } \vec{V} = 0 \Rightarrow \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\partial V_x}{\partial x} = -\frac{\partial V_y}{\partial y}$; $\text{div } \vec{V} = 0 \Rightarrow \exists \psi: \text{rot } \psi = \vec{V}$

$$\vec{V} = \text{rot } \psi = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \psi_x & \psi_y & \psi_z \end{vmatrix} = i \left(\frac{\partial \psi_z}{\partial y} - \frac{\partial \psi_y}{\partial z} \right) + j \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial z} - \frac{\partial \psi_z}{\partial x} \right) + k \left(\frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} \right)$$

$$\Leftrightarrow V_x = \frac{\partial \psi_z}{\partial y}, \quad V_y = -\frac{\partial \psi_z}{\partial x}, \quad V_z = \frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} = 0$$

$\psi(0, 0, \psi_z(x, y))$

$$\frac{\partial \psi_y}{\partial x} - \frac{\partial \psi_x}{\partial y} = 0$$

Векторный потенциал скаляр имеет только одну компоненту

$$V_x = \frac{\partial \psi_z}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$\psi_z = \psi(x, y)$$

$$V_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Линия тока - кривая, касательные к которой точке которой совпадают со ск-тью V .



$$V_x dr = 0$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ V_x & V_y & 0 \\ dx & dy & 0 \end{vmatrix} = V_x dy - V_y dx = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} dy - \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x}\right) dx = 0 \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial y} dy + \frac{\partial \psi}{\partial x} dx = 0 \Rightarrow d\psi = 0$$

$\Rightarrow$ линия тока совпадает с линией уровня ср-ии ψ

$\Rightarrow$ доказан ср-во ψ - ср-ей тока любого мер-я

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s} - V_x \text{rot} V + \nabla \frac{P}{\rho} = 0$$

1) стационар-ное мер-е: $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$

2) вихре-ное мер-е: $\text{rot} V = 0 \Rightarrow \text{rot rot} \psi = 0$

$$\text{rot rot} A = \text{grad div} A - \Delta A$$

$$\text{grad div} \psi - \Delta \psi = 0$$

$$\text{div} \psi = 0 \Rightarrow -\Delta \psi = 0$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$